جامعة البعث
كلية العلـوم
قسم الفيزياء

الاسم : براءة ملاشكر
المدة : ساعة ونصف
العلامة : 100درجة

امتحان مقرر الفيزياء للرياضيات لطلاب السنة الثالثة رياضيات الدورة الإضافية ٢٠١٧

السؤال الأول :(30 درجة) :

ا- عرف ما يلي : المسار الطوري – التواتر النسبي – القيمة الوسطى للمقدار العشوائي – التابع الموجي المتناظر – الانسامبل القانوني الكبير –متجهة السطح - الكولون .   (14درجة)

ب – اكتب العلاقات الموافقة للمفاهيم الاتية :

دعوى ستوك – تفرق الحقل – متراجحة هايزنبرغ – مبدأ بولتزمان –المؤثر الهاملتوني – مؤثر الدفع الخطي – قانون كولون -اللابلاسي .   (16 درجة)

السؤال الثاني : (30 درجة) :

ا- برهن أن : $[P_x . H_x] = 0$ (15 درجات)

ب – برهن أنه اذا كانت دالة الجهد دالة زوجية فان مؤثر الازدواجية يحقق خاصية التبادل مع المؤثر الهاملتوني .   (15 درجة)

السؤال الثالث : (15 درجة) :

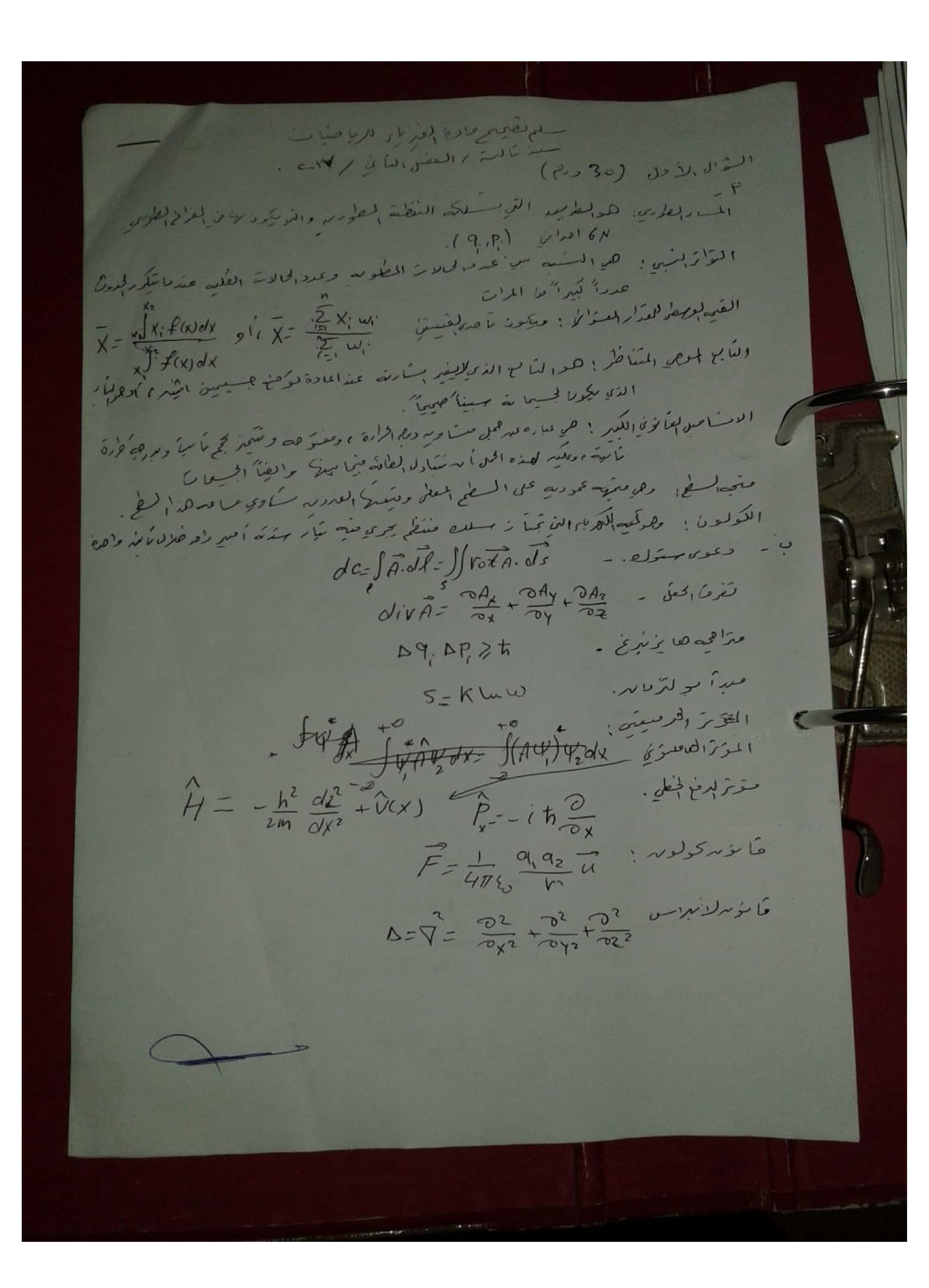
اوجد قيمة متجهة الواحدة العمودية على السطح $z = 3x^2 + 2y^2$ في النقطة (4 ,1,2-) .

السؤال الرابع : (25 درجة)

احسب الحقل الكهربائي المتولد عن قرص دائري مشحون بكثافة سطحية منتظمة .

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

مدرس المقرر:
د . فيصل مدهن



سلم تصحيح مادة الفيزياء الرياضيات

سنة ثالثة / الفصل الثاني / ٢٠١٧ .

السؤال الأول (30 درجة)

أ -

المسار الطوري: هو الطريق التي تسلكه النقطة الطورية والتي يكون في الفراغ الطوري 6N ابعادي (q_i, p_i).

التواتر النسبي: هي النسبة بين عدد الحالات المطلوبة وعدد الحالات الكلية عندما تتكرر الحوادث عدداً كبيراً من المرات

القيمة الوسطى للمقدار المتقطع: ويكون تأخذ الشكل $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$ أو $\bar{X} = \frac{\int_{x_1}^{x_2} x_i f(x)dx}{\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx}$

التابع الموجي المتناظر: هو التابع الذي لا يغير إشارته عند اعادة توزيع جسيمين اثنين، أو هو التابع الذي يكون للجسيمات سبيناً صحيحاً.

الانساخ القانوني الكبير: هي عبارة عن جملة متساوية درجة الحرارة، ومغلقة وتتميز بحجم ثابت وبدرجة حرارة ثابتة، ويمكن لهذه الجملة أن تتبادل الطاقة فيما بينها والجسيمات

متجه السطح: وهو متجه عمودي على السطح المغلق وتتميز القيمة العددية تساوي مساحة هذا السطح.

الكولون: وهو كمية الكهرباء التي تجتاز مقطع ناقل منتظم يجري فيه تيار شدته أمبير واحد خلال ثانية واحدة

ب - دعوى ستوكس. - $dc = \oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint_s rot\vec{A} \cdot d\vec{s}$

تفرق الحقل - $div\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

متراجحة هايزنبرغ. $\Delta q_i \Delta p_i \geq \hbar$

مبدأ بولتزمان. $S = K \ln W$

المؤثر الهرميتي:

المؤثر الهاملتوني ~~$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1^* \hat{A} \psi_2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{A}\psi_1)^* \psi_2 dx$~~

مؤثر الدفع الخطي. $\hat{P}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$

$\hat{H} = -\frac{h^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \hat{V}(x)$

قانون كولون: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}$

قانون لابلاس $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

السؤال الثاني ٢ (30 درجة)

• نحسب المؤثر التبادلي

$$[\hat{P}_x, \hat{H}_x] = [P_x H - H P_x]$$

$$\left[\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) - \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\right]\psi(x) =$$

$$\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(-\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial x}\psi(x)\right) - \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)\right) =$$

بعد الاشتقاقات ونجري التغييرات نخرج مع الناتج مساوياً للصفر.

ب- عندما تكون دالة الجهد دالة زوجية فإن مؤثر الازدواجية يتبادل $V(x) = V(-x)$

$$\hat{H}\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi(x)$$

نؤثر على طرفي المعادلة بالمؤثر $\hat{\pi}$ فنحصل

$$\hat{\pi}\hat{H}\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\hat{\pi}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \hat{\pi}V(x)\psi(x) =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(-x)}{dx^2} + V(-x)\psi(-x) =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(-x)}{dx^2} + V(x)\psi(-x) = \hat{H}\hat{\pi}\psi(x) \Rightarrow$$

$$(\hat{\pi}\hat{H} - \hat{H}\hat{\pi})\psi(x) = 0$$

أي أن $[\hat{H}, \hat{\pi}] = 0$

السؤال الثالث: (15 درجة)

$$\Phi(x,y,z) = 3x^2 + 2y^2 - z$$

ويكون المتجه العمودي على السطح في أي نقطة من نقاطه مساوياً إلى تدرج الدالة Φ.

$$\vec{\nabla}\Phi = 6x\vec{i} + 4y\vec{j} - \vec{k}$$

وبالتالي فالمتجه العمودي على السطح في النقطة $(-1,2,4)$ هو.

$$\vec{\nabla}\Phi = -6\vec{i} + 8\vec{j} - 4\vec{k}$$

وقيمة هذا المتجه العددية هي

$$|\vec{\nabla}\Phi| = \sqrt{36 + 64 + 16} = \sqrt{116} \approx 10{,}8$$

إذن متجه الواحدة العمودي على السطح هو

$$\vec{n} = \frac{\vec{\nabla}\Phi}{|\vec{\nabla}\Phi|} = \frac{-6}{10{,}8}\vec{i} + \frac{8}{10{,}8}\vec{j} - \frac{4}{10{,}8}\vec{k}$$

السؤال الرابع [illegible] (٢) [illegible]

(25 درجة)

ليكن قرص نصف قطره (R)، و (σ) الشحنة السطحية. ولنحسب الحقل في نقطة (M) من المحور تبعد عنه مسافة (OM=Z). نأخذ حلقة دائرية نصف قطرها (x) وعرضها (dx) وتحمل شحنة كهربائية مقدارها:

$$dq = \sigma ds = 2\pi\sigma\, dx$$

تولد هذه الشحنة في النقطة M حقلاً كهربائياً يعطى بالعلاقة التالية:

$$d\vec{E}' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x\,dx}{r^2}\vec{u}.$$

نأخذ بعين الاعتبار فقط المركبة $d\vec{E}'$ المحمولة على المحور (OM) لأن الحقل الكلي $\vec{E}$ يجب أن يكون محمولاً على المحور (OM) وذلك بسبب التناظر. أي أن:

$$dE = dE'\cos\alpha = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x\,dx}{r^2}\cos\alpha \qquad (1)$$

وبالتالي:

$$\vec{E} = \int dE = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int \frac{x\,dx}{r^2}\cos\alpha.$$

نلاحظ من الشكل:

$$x = Z\,tg\alpha, \quad dx = \frac{Z}{\cos^2\alpha}d\alpha, \quad r = \frac{Z}{\cos\alpha}$$

نعوض فنجد:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\theta} \frac{Z^2\,tg\alpha\,\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha\,Z^2}\cos\alpha\,d\alpha \Rightarrow$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\theta} \sin\alpha\,d\alpha$$

وبالتالي فإن شدة الحقل الكهربائي هي: (2)

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos\theta)$$

أو

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{Z}{\sqrt{R^2+Z^2}}\right).$$

مدرس المقرر

د. [illegible]